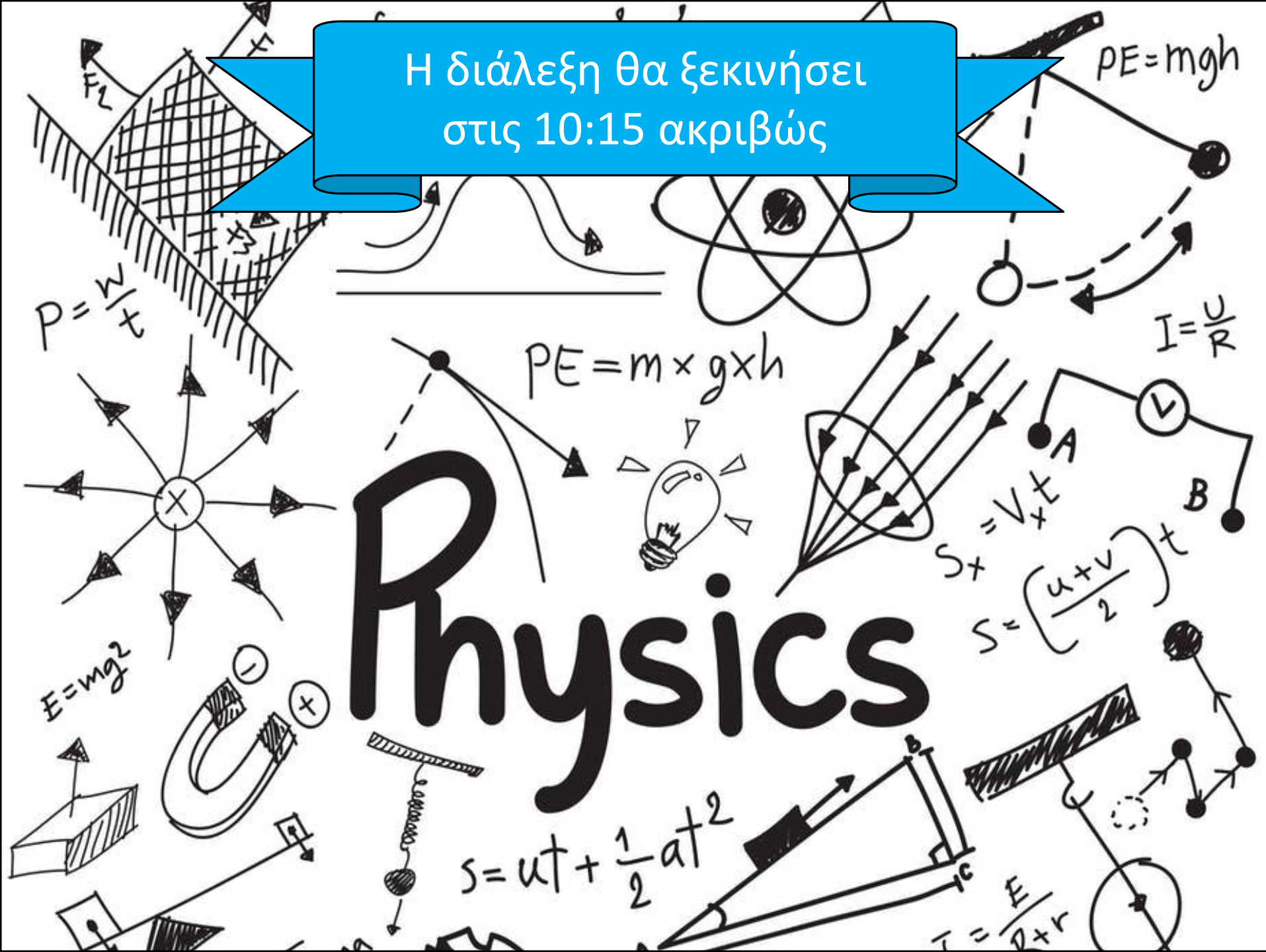


Η διάλεξη θα ξεκινήσει
στις 10:15 ακριβώς

Physics





Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

Οι Νόμοι της Κίνησης



Εικόνα: Isaac Newton: Θεωρείται πατέρας της Κλασικής Φυσικής, καθώς ξεκινώντας από τις παρατηρήσεις του Γαλιλαίου αλλά και τους νόμους του Κέπλερ για την κίνηση των πλανητών διατύπωσε τους τρεις μνημειώδεις νόμους της κίνησης και τον περισπούδαστο «νόμο της βαρύτητας»

Φυσική για Μηχανικούς

Μηχανική

Οι Νόμοι της Κίνησης

Οι Νόμοι της Κίνησης (review...)

○ Αδρανειακό σύστημα αναφοράς

- Σύστημα όπου αν ένα σώμα δεν αλληλεπιδρά με άλλα, τότε έχει μηδενική επιτάχυνση

○ Δύναμη

- Αίτιο που προκαλεί **μεταβολή** στην κινητική κατάσταση ενός σώματος

○ Νόμοι Newton:

- **1^{ος}**: Απουσία εξωτερικής δύναμης και παρουσία αδρανειακού συστήματος αναφοράς, ένα σώμα σε ηρεμία παραμένει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται ομαλά, διατηρεί αυτήν του την κίνηση.
- **2^{ος}**: Η επιτάχυνση ενός σώματος είναι ανάλογη της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του και αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του.
- **3^{ος}**: Αν δυο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη που ασκείται στο πρώτο από το δεύτερο σώμα έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση με τη δύναμη που ασκείται από το δεύτερο στο πρώτο σώμα.

○ Ανάλυση σε συνιστώσες!!

Οι Νόμοι της Κίνησης (review...)

- **Δυο σημεία** που πρέπει να προσέξετε
- 1) Σε ένα πρόβλημα, είναι δυνατόν να έχετε διαφορετικά μοντέλα ανάλυσης σε διαφορετικές κατευθύνσεις (άξονες)
 - Ισορροπία στον άξονα y
 - Επιτάχυνση στον άξονα x
- 2) Είναι δυνατόν να περιγραφεί ένα αντικείμενο από πολλαπλά μοντέλα ανάλυσης (την ίδια στιγμή!)
 - Σώμα υπό επίδραση δύναμης στον άξονα x
 - Σώμα υπό επίδραση σταθερής επιτάχυνσης στον άξονα x

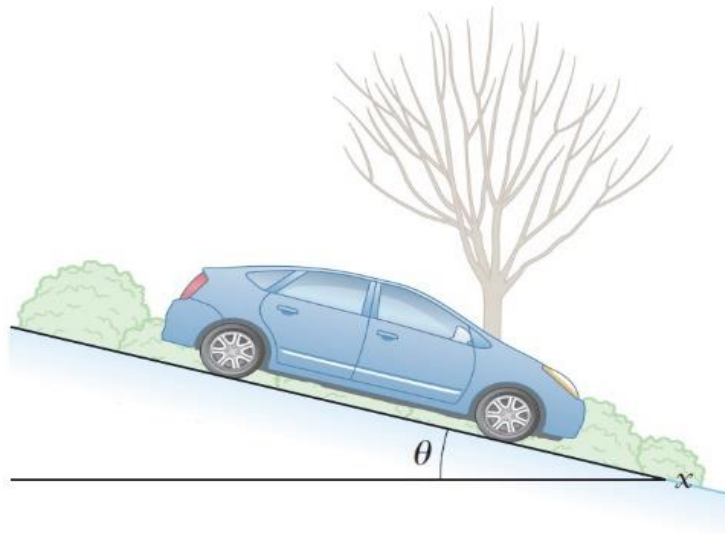
Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Παράδειγμα:

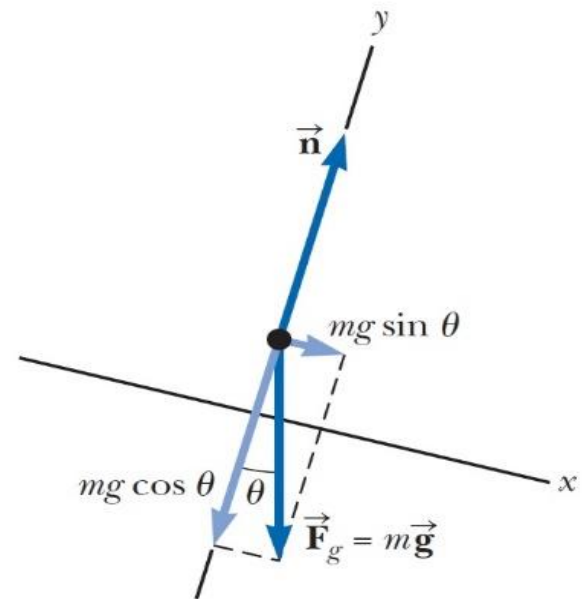
Αυτοκίνητο μάζας m κινείται χωρίς τριβές σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ .

A) Βρείτε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

B) Αν το αυτοκίνητο αφεθεί από την κορυφή του κεκλιμένου, που απέχει απόσταση d από το τέρμα του κεκλιμένου, πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτάσει στο τέρμα του κεκλιμένου, και ποια η ταχύτητά του όταν φτάνει εκεί;



a



b

Οι Νόμοι της Κίνησης * Άρα $\vec{a} = g \sin \theta \cdot \vec{i}$

ο Παράδειγμα – Λύση:

Αυτοκίνητο μάζας m κινείται χωρίς τριβές σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ .

A) Βρείτε την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

Η κίνηση πραγματοποιείται στον άξονα x .

Η κίνηση αυτή είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση.

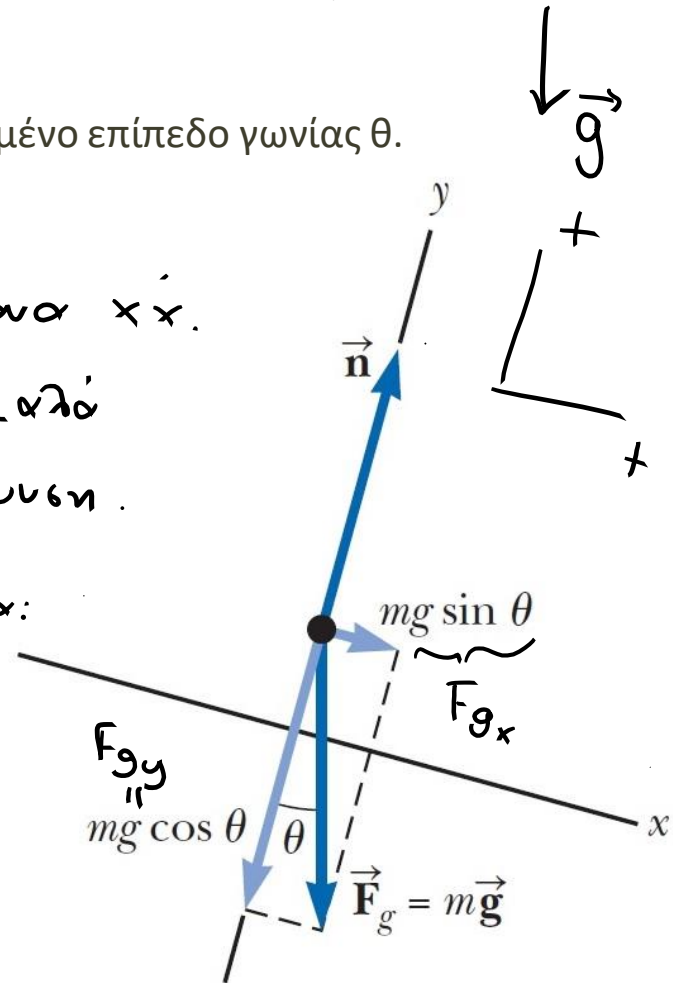
Άρα το 2^ο v. Newton στον x -άξονα:

$$\sum \vec{F}_x = m \vec{a}_x \Leftrightarrow F_{gx} = m \vec{a}_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{m} g \sin \theta = \cancel{m} a_x \Rightarrow \boxed{a_x = g \sin \theta}$$

Στον y -άξονα, το σώμα ισορροπεί,

$$\text{οπότε } \sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \boxed{a_y = 0.} *$$



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα – Λύση:

Αυτοκίνητο μάζας m κινείται χωρίς τριβές σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ .

Β) Αν το αυτοκίνητο αφεθεί από την κορυφή του κεκλιμένου, που απέχει απόσταση d από το τέρμα του κεκλιμένου, πόσο χρόνο χρειάζεται για να φτάσει στο τέρμα του κεκλιμένου, και ποια η ταχύτητά του όταν φτάνει εκεί;

Στον x -άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με $a_x = g \sin \theta$:

$$x_f = x_i + u_{x_i} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$d = 0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2$$

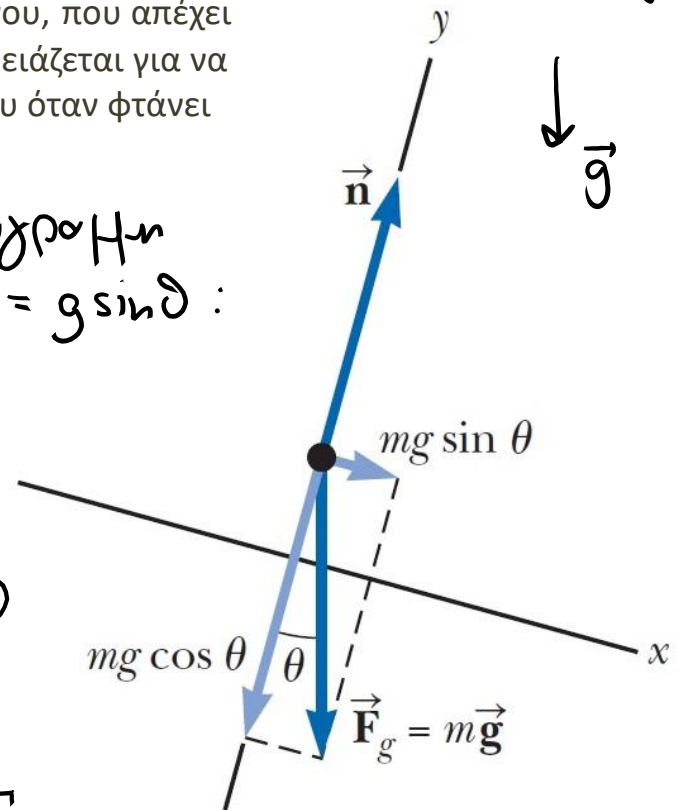
$$t^2 = \frac{2d}{g \sin \theta} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}} \quad (1)$$

Επίσης, έχουμε $u_f = u_i + a_x t \quad (2)$

$$\stackrel{(1)}{=} 0 + g \sin \theta \cdot \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}} = \sqrt{2gd \sin \theta}$$

Αρχική
Δέση $\begin{cases} u_i = 0 \\ t_i = 0 \end{cases}$

Τελική
Δέση $\begin{cases} u_f = ? \\ t_f = ? \end{cases}$



Οι Νόμοι της Κίνησης

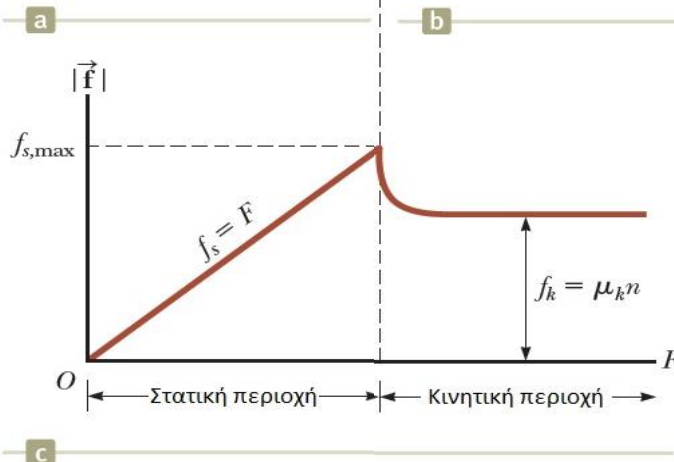
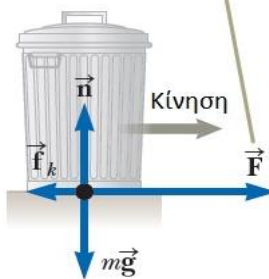
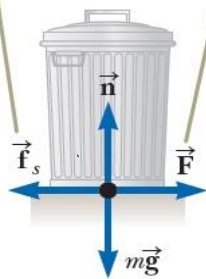
◉ Δυνάμεις Τριβής

- ◉ Ως τώρα, τις αγνοήσαμε
- ◉ Πολύ σημαντικές (είναι ο λόγος που περπατάμε, που τα αυτοκίνητα κινούνται, που μπορούμε να κρατήσουμε ένα μολύβι, που μπορούμε να δέσουμε τα κορδόνια μας κλπ)
- ◉ **Τριβή είναι η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση ενός σώματος που εφάπτεται σε επιφάνεια**
- ◉ Πολλά είδη τριβής
 - ◉ Στατική τριβή, τριβή ολίσθησης, τριβή ρευστών, κ.α.
- ◉ Στη Κίνηση Σωμάτων, μας ενδιαφέρουν κυρίως οι:
 - ◉ Στατική τριβή
 - ◉ Τριβή ολισθήσεως

Οι Νόμοι της Κίνησης

Για μια μικρή δύναμη που εφαρμόζεται στον κάδο, το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής ισούται με το μέτρο της εφαρμοζόμενης δύναμης.

Όταν το μέτρο της εφαρμοζόμενης δύναμης υπερβεί το μέτρο της μέγιστης δύναμης της στατικής τριβής, ο κάδος απελευθερώνεται και επιταχύνεται προς τα δεξιά.



● Στατική Τριβή

- Δύναμη $\vec{f}_s$ που αντιστέκεται στην κίνηση και στη δύναμη που την προκαλεί σε ένα ακίνητο αντικείμενο

● Τριβή Ολίσθησης

- Δύναμη $\vec{f}_k$ που αντιστέκεται στην κίνηση για ένα αντικείμενο που βρίσκεται σε κίνηση

Οι Νόμοι της Κίνησης

○ Παρατηρήσεις

- Το μέτρο της δύναμης της **στατικής** τριβής f_s ανάμεσα σε δυο επιφάνειες σε επαφή μπορεί να πάρει τιμές

$$f_s \leq \mu_s n \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s n$$

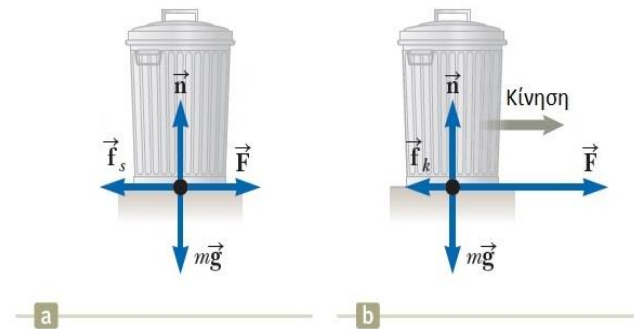
όπου η σταθερά μ_s λέγεται **συντελεστής στατικής τριβής**, και n είναι το μέτρο της δύναμης που ασκείται από την ακίνητη επιφάνεια στην κινούμενη επιφάνεια (από το έδαφος στον κάδο)

- Το μέτρο της δύναμης της τριβής **ολίσθησης** ανάμεσα σε δυο επιφάνειες ισούται με

$$f_k = \mu_k n$$

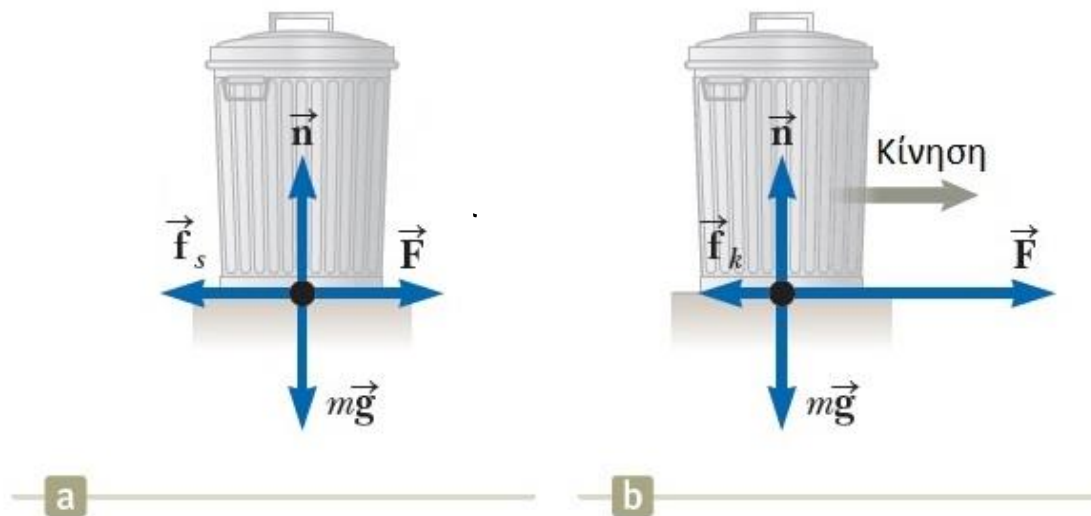
όπου η σταθερά μ_k λέγεται **συντελεστής τριβής ολίσθησης**.

- Οι συντελεστές αυτοί θα θεωρούνται σταθεροί



Οι Νόμοι της Κίνησης

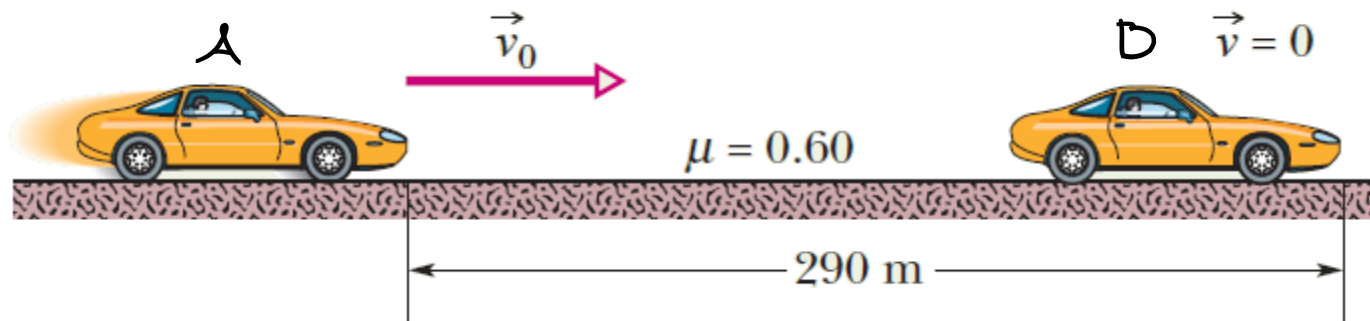
- Οι τιμές των συντελεστών εξαρτώνται από το είδος της επιφάνειας
- Η **διεύθυνση** της δύναμης τριβής είναι πάντα **παράλληλη με την επιφάνεια** στην οποία εφάπτεται το σώμα, και η **φορά** της πάντα **αντίθετη** στην κίνηση (ή στην προσπάθεια κίνησης) σε σχέση με την επιφάνεια



Οι Νόμοι της Κίνησης

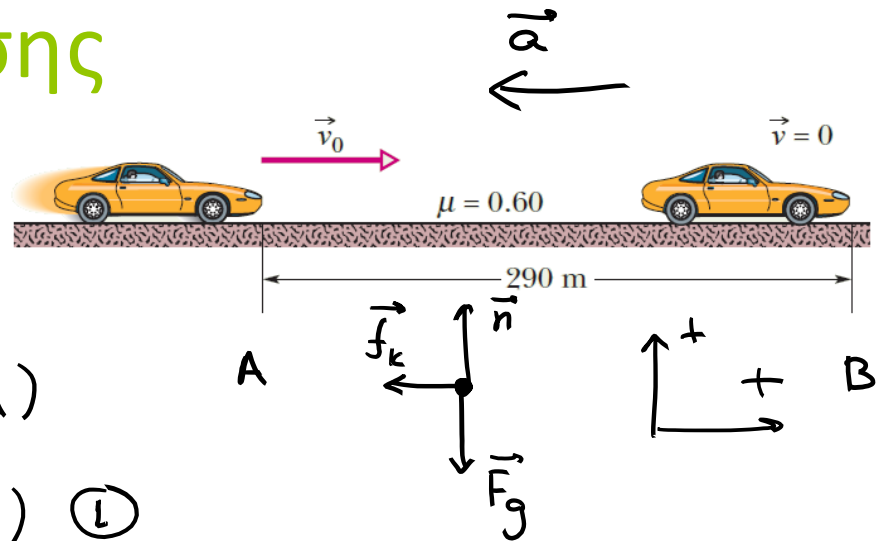
● Παράδειγμα:

- Όταν οι τροχοί ενός αυτοκινήτου «κλειδώνουν» (σταματούν να γυρίζουν) εξ' αιτίας ενός απότομου φρεναρίσματος, το αυτοκίνητο ολισθαίνει στο δρόμο και «αποτυπώνει» στο οδόστρωμα ίχνη από τα ελαστικά του. Το ρεκόρ για τα μεγαλύτερα σε μήκος ίχνη ελαστικών σε δημόσιο δρόμο έγινε το 1960 στην Αγγλία – το μήκος του ίχνους ήταν 290 μέτρα! Υποθέτοντας ότι $\mu_k = 0.6$ και ότι το αυτοκίνητο επιταχυνόταν σταθερά κατά το φρενάρισμα, πόσο γρήγορα έτρεχε το αυτοκίνητο ακριβώς όταν «κλείδωσαν» οι τροχοί του;



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα – Λύση:



Γνωρίζουμε ότι:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a_x(x_B - x_A)$$

$$0 = v_A^2 + 2\underline{a_x}(290) \quad (1)$$

Το σώμα επιταχύνεται, οπότε ισχύει ο 2ος Νόμος Newton.

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \Rightarrow \vec{f}_k = m\vec{a}_x \Rightarrow -f_k = ma_x \Rightarrow a_x = -\frac{f_k}{m} \quad (2)$$

Είδαμε ότι $f_k = \mu_k \cdot n$, εφόσον στον y -άξονα το σώμα

ισορροπεί: $\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{n} + m\vec{g} = 0 \Rightarrow n - mg = 0 \Rightarrow$

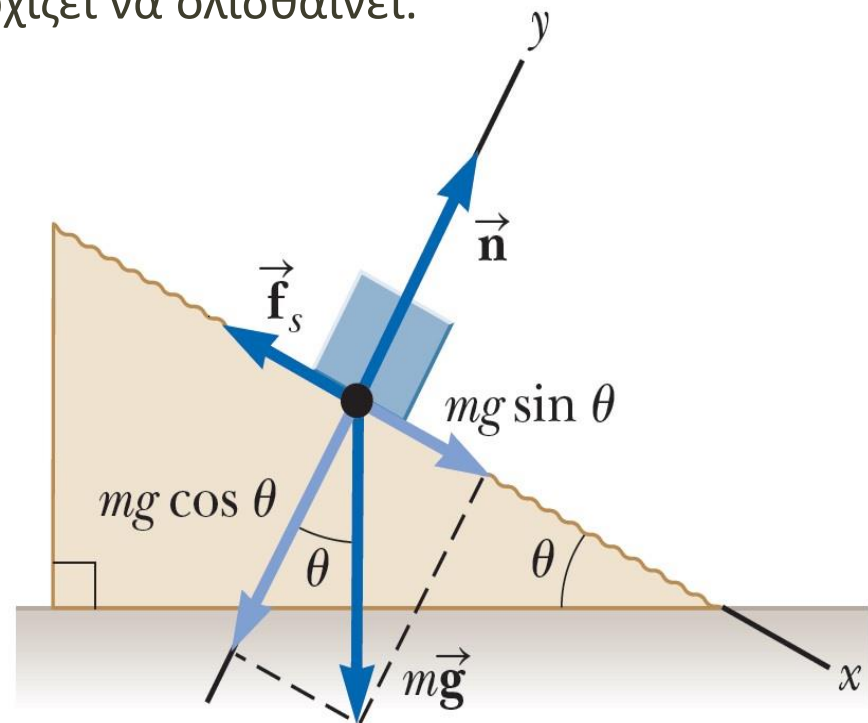
$$\Rightarrow n = mg \quad (3). \text{ Η } (2) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} a_x = -\frac{\mu_k \cancel{m} g}{\cancel{m}} = -\mu_k g \quad (4)$$

$$\text{Η } (1) \stackrel{(4)}{\Rightarrow} 0 = v_A^2 - 2\mu_k g \cdot 290 \Rightarrow v_A = 58 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα:

- Θεωρούμε ακίνητο σώμα τοποθετημένο σε επιφάνεια με τριβές υπό γωνία θ . Αυξάνουμε τη γωνία θ μέχρι το σώμα να ολισθήσει. Δείξτε ότι μπορείτε να βρείτε την μ_s μετρώντας την κρίσιμη γωνία θ_c στην οποία το σώμα μόλις αρχίζει να ολισθαίνει.



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα – Λύση:

Το σώμα ισορροπεί και στους δύο άξονες.

- Χ-άξονας: $\sum \vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow \vec{f}_s + \vec{F}_{g_x} = 0$

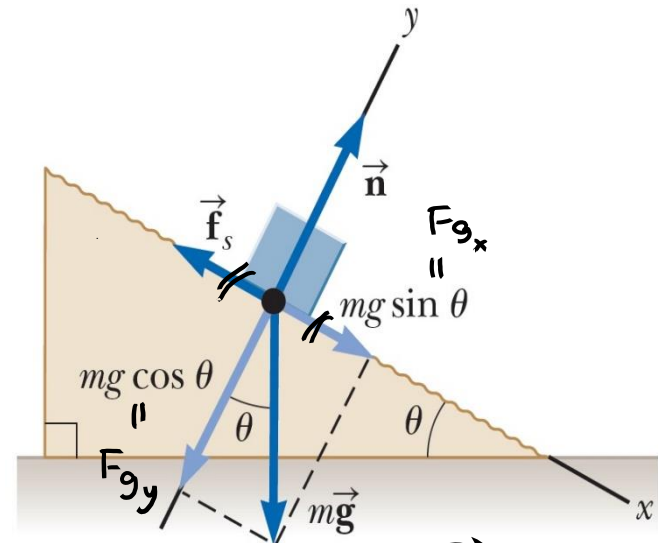
$$\Rightarrow -f_s + F_{g_x} = 0 \Leftrightarrow F_{g_x} = f_s \Leftrightarrow mg \sin \theta = \mu_s n \quad (1)$$

- y-άξονας: $\sum \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_{g_y} = 0 \Rightarrow n - F_{g_y} = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow n = F_{g_y} \Leftrightarrow n = mg \cos \theta \quad (2)$

$$\text{Α } (1) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \cancel{mg} \sin \theta = \mu_s \cancel{mg} \cos \theta \Rightarrow \sin \theta = \mu_s \cdot \cos \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta. \text{ Όταν } \theta = \theta_c, \text{ το σώμα αρχίζει}$$

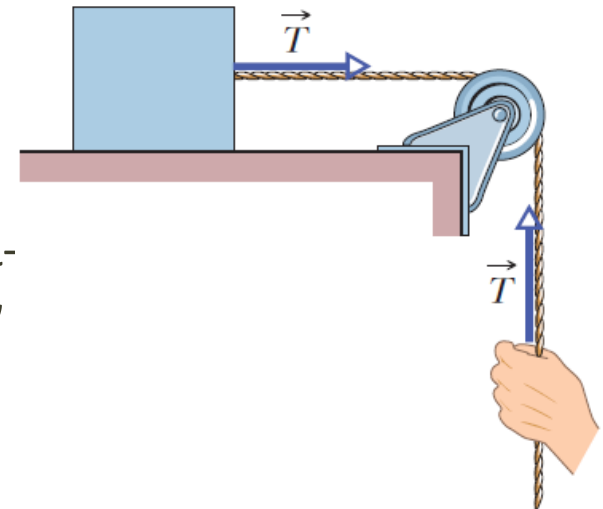
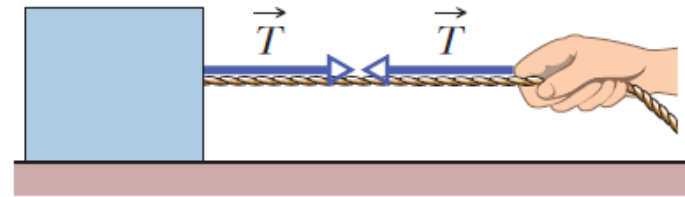
να ξεκινά να ολισθαίνει, και άρα $f_s = \tan(\theta_c)$.



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Τάση νήματος και τροχαλίες

- Έστω ένα τεντωμένο **νήμα** (ή καλώδιο ή σχοινί ή άλλο παρόμοιο) που δένεται σε ένα σώμα
- Αν τραβήξουμε το σώμα μέσω του νήματος, το νήμα τραβά το σώμα (και το χέρι) με δύναμη $\vec{T}$ με κατεύθυνση μακριά (προς) από το σώμα και κατά μήκος του νήματος
- Η δύναμη συχνά ονομάζεται **τάση νήματος**
- Συχνά το νήμα θεωρείται αβαρές και ανελαστικό (χωρίς βάρος και χωρίς ικανότητα «τεντώματος»)
- Μια **τροχαλία** αποτελείται από ένα κυλινδρικό μέρος που περιστρέφεται γύρω από έναν άξονα
- Θεωρούνται και αυτές αβαρείς και χωρίς παρουσία τριβής κατά την κύλισή τους



Οι Νόμοι της Κίνησης

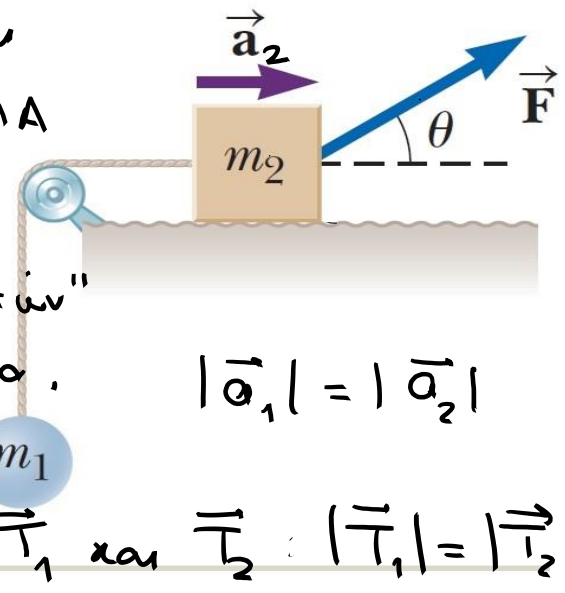
● Παράδειγμα:

- Σώμα μάζας m_2 σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές συνδέεται με μια μπάλα μάζας m_1 μέσω αβαρούς/ανελαστικού σχοινιού και αβαρούς, λείου τροχού, όπως στο Σχήμα. Μια δύναμη F ασκείται υπό γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο επάνω στο σώμα και αυτό ολισθαίνει προς τα δεξιά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι μ_k . Βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης των δυο αντικειμένων.

Οι επιταχύνσεις των δυο σωμάτων είναι διαφορετικές ως διανύσματα $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ ΑΛΛΑ είναι ίδιες σε μέτρο: $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$.

Αυτό ισχύει λόγω της ποσότητας "ιδανικών" σχοινιού και τροχαλίας. Με άλλα λόγια, τα δυο σώματα κινούνται "μαζί": $\vec{a}_1$

Το ίδιο ισχύει και για τις τάσεις, $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$: $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$



Οι Νόμοι της Κίνησης

● Παράδειγμα – Λύση:

Στο σχήμα (b): το σώμα m_1 επιταχύνεται προς τα πάνω:

$$\sum \vec{F}_y = m_1 \vec{a}_1 \Leftrightarrow \vec{T}_1 + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a}_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 - m_1 g = m_1 a_1 = m_1 a \Rightarrow T_1 = m_1(a + g) \quad (1)$$

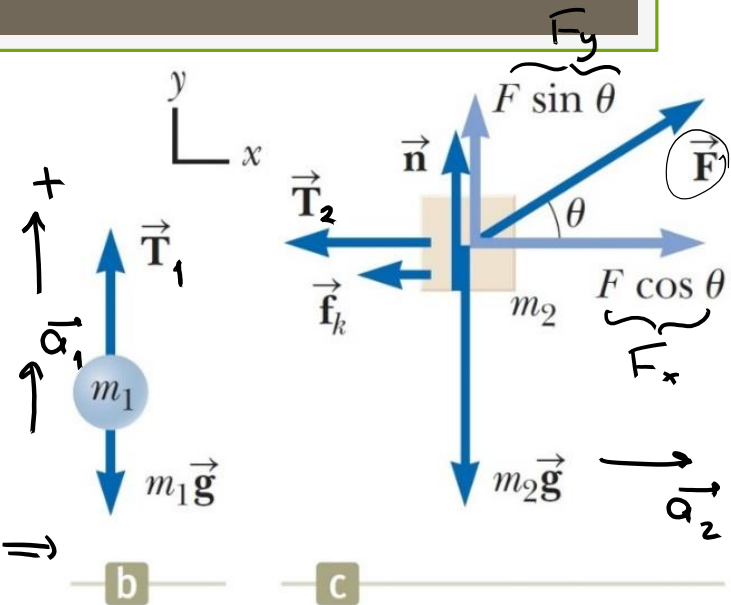
Στο σχήμα (c): το σώμα (b) m_2 επιταχύνεται προς τα δεξιά:

$$\sum \vec{F}_x = m_2 \vec{a}_2 \Leftrightarrow \vec{T}_2 + \vec{f}_k + \vec{F}_x = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -T_2 - f_k + F \cos \theta = m_2 a_2 = m_2 a. \text{ έραφε άυ } T_1 = T_2$$

οότε ας πάλι $T_1 = T_2 = T$, οότε:

$$F \cos \theta - T - \mu_k n = m_2 a \quad (1) \Rightarrow a = \frac{F \cos \theta - m_1 g - \mu_k n}{m_1 + m_2} \quad (2)$$



Οι Νόμοι της Κίνησης

◉ Παράδειγμα – Λύση:

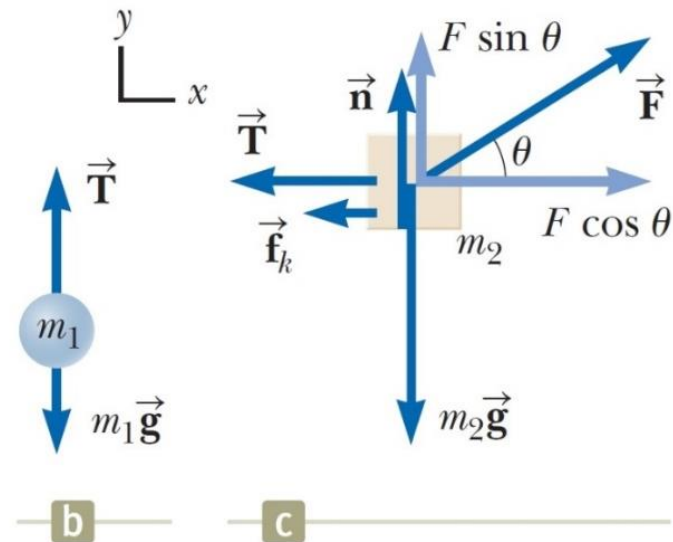
Στην y -άξονα, το σώμα m_2
ισορροπεί:

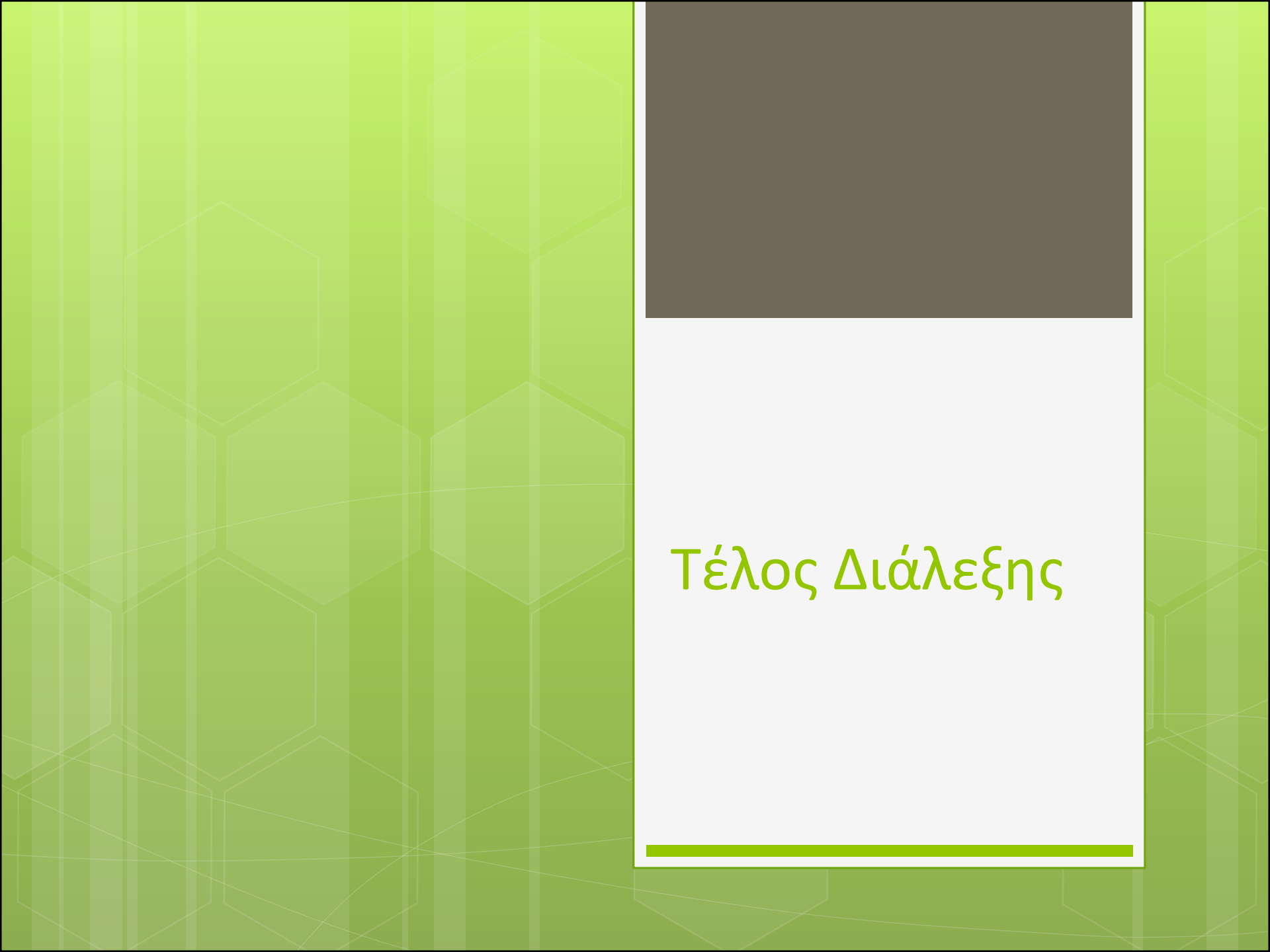
$$\sum \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_y + m_2 \vec{g} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n + F \sin \theta - m_2 g = 0 \Rightarrow n = m_2 g - F \sin \theta \quad (3)$$

Η (2) $\stackrel{(3)}{\Rightarrow}$

$$a = \frac{F \cos \theta - m_1 g - \mu_k (m_2 g - F \sin \theta)}{m_1 + m_2}$$





Τέλος Διάλεξης

